

## Interférences à deux sources

### Introduction

Thème: Interférences entre deux sources ponctuelles isotropes à distance finie.

### Programme

#### Différence de marche

```

> restart;
unprotect(D);
with(linalg):
with(plots):
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected

Warning, the name changecoords has been redefined

```

On étudie la figure d'interférences de 2 sources isotropes,  
de même fréquence ( on devrait dire isochrone à mon avis),  
et de plus en phase ( on devrait dire synchrone à mon avis),  
à distance" finie.

La longueur d'onde dans le milieu est notée  $\lambda$ .

L'origine O du repère orthonormé cartésien Oxyz servant aux calculs est  
au milieu du segment joignant les deux sources S1 et S2  
S1 et S2 sont distants de  $a$   
S1S2 est selon Ox avec S2 du côté négatif.

On écrit les coordonnées du point courant M de l'écran.

```

> M:=vector([X,Y,Z]);

```

$$M := [X, Y, Z]$$

Idem pour S1 et S2.

```

> S1:=vector([a/2,0,0]);
S2:=vector([-a/2,0,0]);

```

$$S1 := \left[ \frac{1}{2} a, 0, 0 \right]$$

**GP**

$$S2 := \left[ -\frac{1}{2}a, 0, 0 \right]$$

**On en déduit les normes notées S1M et S2M.  
Tous les calculs sont faits sans approximation.**

> S1M:=norm(M-S1,2);  
S2M:=norm(M-S2,2);

$$S1M := \sqrt{\left| X - \frac{1}{2}a \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2}$$

$$S2M := \sqrt{\left| X + \frac{1}{2}a \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2}$$

**On écrit la DDM (différence de marche delta)  
puis l'ordre d'interférence p en utilisant lambda.**

> delta:=S2M-S1M;

$$\delta := \sqrt{\left| X + \frac{1}{2}a \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2} - \sqrt{\left| X - \frac{1}{2}a \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2}$$

> p:=delta/lambda;

$$p := \frac{\sqrt{\left| X + \frac{1}{2}a \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2} - \sqrt{\left| X - \frac{1}{2}a \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2}}{\lambda}$$

## Franges d'interférences dans l'espace

**On choisit des valeurs numériques**

> a:=1;  
lambda:=1/10;

$$a := 1$$

$$\lambda := \frac{1}{10}$$

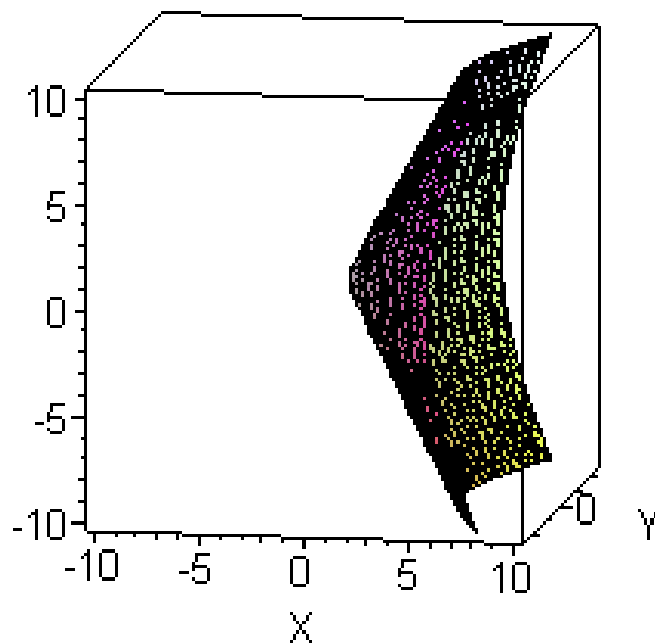
**On vérifie que toutes les grandeurs ont une valeur numérique.**

> p;

$$10 \sqrt{\left| X + \frac{1}{2} \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2} - 10 \sqrt{\left| X - \frac{1}{2} \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2}$$

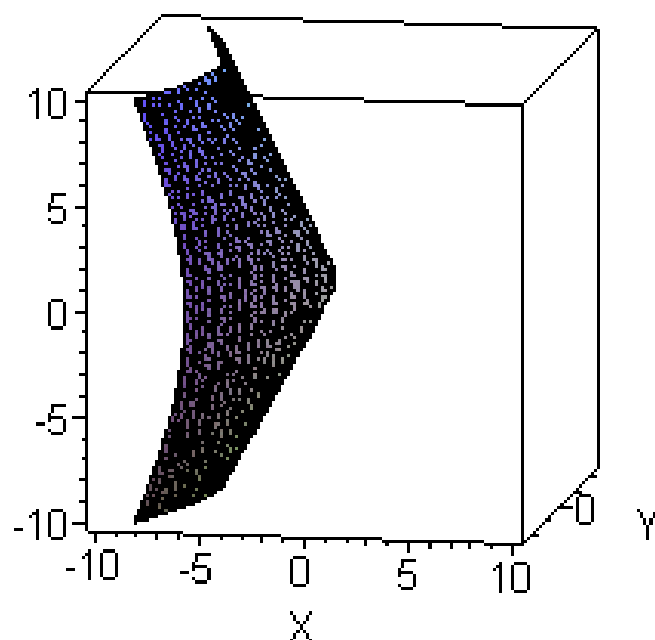
**On trace dans l'espace la frange d'ordre p=5. Il s'agit d'une nappe d'hyperboloïde à deux nappes.**

```
> implicitplot3d(p=5,X=-10..10, Y=-10..10, Z=-10..10,grid=[20,20,20],orientation=[-80,80],axes=boxed,scaling=constrained);
```



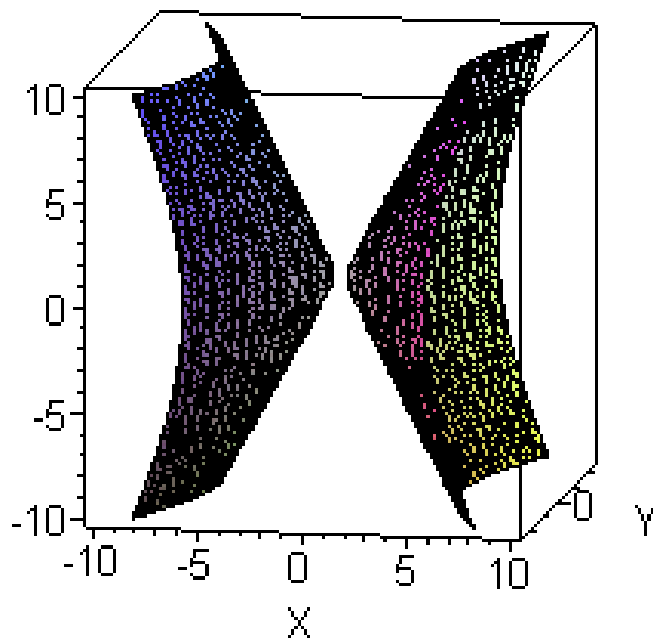
**On trace dans l'espace la frange d'ordre  $p = -5$ . Il s'agit d'une nappe d'hyperboloïde à deux nappes.**

```
> implicitplot3d(p=-5,X=-10..10, Y=-10..10, Z=-10..10,grid=[20,20,20],orientation=[-80,80],axes=boxed,scaling=constrained);
```

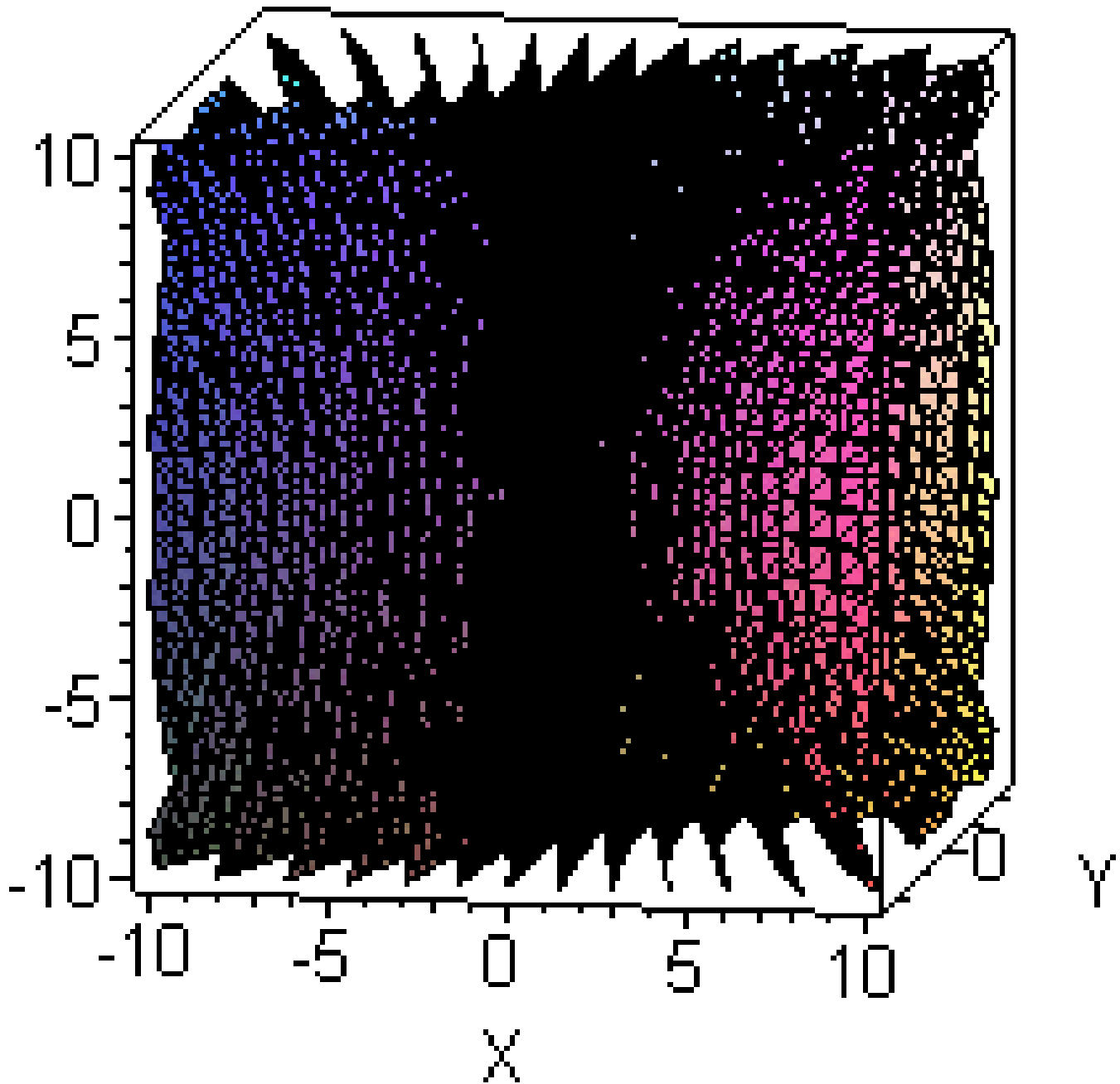


**L'hyperboloïde complet.**

```
> implicitplot3d( {seq(p=i,i={-5,5})},X=-10..10, Y=-10..10, Z=-10..10,grid=[20,20,20],orientation=[-80,80],axes=boxed,scaling=constrained);
```

**Les franges de  $p = -9$  à  $p = +9$ .**

```
> implicitplot3d( {seq (10*(sqrt(abs(X+1/2)^2+abs(Y)^2+abs(Z)^2)-sqrt(abs(X-1/2)^2+abs(Y)^2+abs(Z)^2))=i,i=-9..9)},X=-10..10, Y=-10..10, Z=-10..10,grid=[20,20,20],orientation=[-80,80],axes=boxed,scaling=constrained);
```



**Figure d'interférence dans un plan perpendiculaire à la médiatrice des sources**

On observe à une distance  $Z=D$  du point O.

>  $D:=10$ ;

$D := 10$

L'interfrange (formule du cours d'optique)

GP

Ici les approximations du cours d'optique ne sont pas vérifiées  
vu les grandeurs numériques adoptées.

> i:=lambda\*D/a;

i := 1

On écrit l'intensité ou éclairement sous la forme  $E = I_{\max} \dots (1 + \cos \dots)$  .

> E:= Imax/2\*(1+cos(2\*Pi\*p));

$$E := \frac{1}{2} I_{\max} \left( 1 + \cos \left( 2 \pi \left( 10 \sqrt{\left| X + \frac{1}{2} \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2} - 10 \sqrt{\left| X - \frac{1}{2} \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2} \right) \right) \right)$$

Puis, on travaille avec l'éclairement réduit.

> Eredit:=E/Imax;

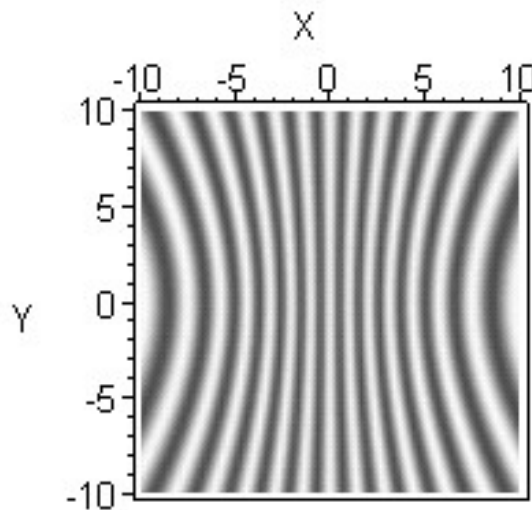
$$E_{\text{redit}} := \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left( 2 \pi \left( 10 \sqrt{\left| X + \frac{1}{2} \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2} - 10 \sqrt{\left| X - \frac{1}{2} \right|^2 + |Y|^2 + |Z|^2} \right) \right)$$

Tracé de la figure d'interférences pour  $-10i < X < 10i$  ;  $-10i < Y < 10i$  à l'aide de la fonction [plot3d](#) .

C'est la méthode qui est la plus rapide.

Il est possible de faire varier l'orientation avec la souris.

> plot3d(subs(Z=D,Eredit),X=-10\*i..10\*i,Y=-  
10\*i..10\*i,grid=[80,80],style=patchnograd,shading=ZGRAYSCALE,axes=boxed,orientation=[-  
90,0],scaling=constrained);



Le même, en rouge:

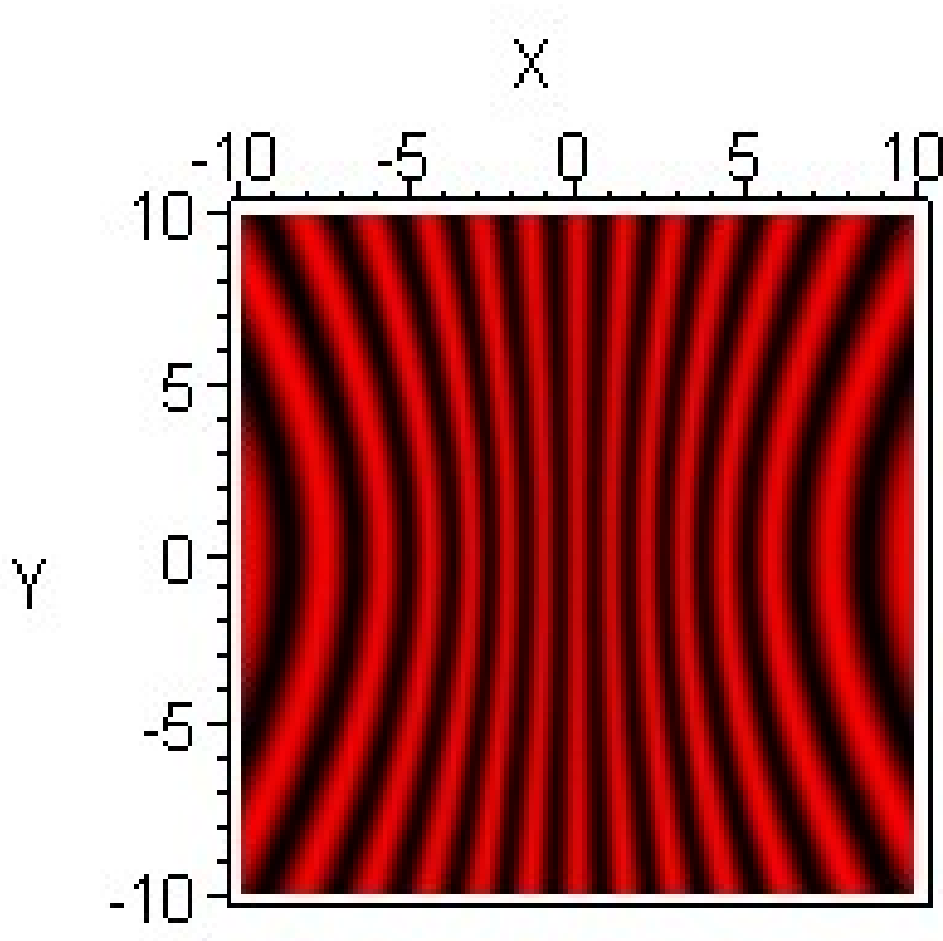
on module la couleur par l'intensité au point considéré ( ici on trace en rouge cf R G B )

le taux (entre 0 et 1 ) de rouge est proportionnel à Eredit.

Pas du tout de Green, ni de Blue.

Il est possible de changer de couleur.

```
> plot3d(subs(Z=D,Ereduit),X=-10*i..10*i,Y=-10*i..10*i,grid=[80,80],style=patchnogrid,color=COLOR(RGB,subs(Z=D,Ereduit),0,0),axes=boxed,orientation=[-90,0],scaling=constrained);
```



**Figure d'interférence dans un plan perpendiculaire à la droite des sources**

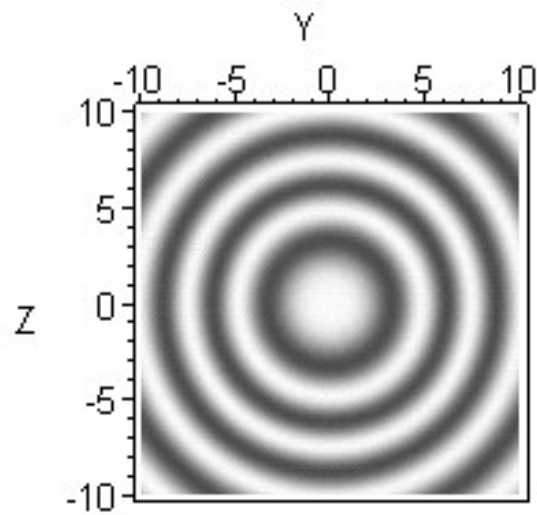
On observe à une distance  $Z=D$  du point O.

On continue avec la notation  $i$ .

On travaille avec l'éclairement réduit.

Tracé de la figure d'interférences pour  $-10i < Y < 10i$  ;  $-10i < Z < 10i$  .

```
> plot3d(subs(X=D,Ereduit),Y=-10*i..10*i,Z=-10*i..10*i,grid=[80,80],style=patchnogrid,shading=ZGRAYSCALE,axes=boxed,orientation=[-90,0],scaling=constrained);
```



**Le même, en rouge:**

```
> plot3d(subs(X=D,Ereduit),Y=-10*i..10*i,Z=-
10*i..10*i,grid=[80,80],style=patchnogrid,color=COLOR(RGB,subs(X=D,Ereduit),0,0),axes=boxed,orientation=[-
90,0],scaling=constrained);
```



